



UTN.BA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

Análisis comparativo de las tensiones localizadas producidas en un árbol flexotorsionado según el modo de considerar las cargas aplicadas.

Dasso, Gabriel M.*; Amé, Ricardo M.

*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Lomas de Zamora.
Camino de Cintura y Juan XXIII, Lomas de Zamora, Prov. Buenos Aires, Argentina.
gabriel.dasso@gmail.com*

RESUMEN.

Por sus características funcionales, los elementos de máquinas se diseñan con diversas discontinuidades geométricas, por lo general combinadas en una misma sección o en secciones muy próximas. Las tensiones localizadas que éstas generan son de difícil obtención si no es por medios informáticos. En la bibliografía clásica no existen valores de factores de concentración de tensiones para casos tan comunes como los que se observan en, por ejemplo, el diseño de un árbol, sometido a momento de torsión y de flexión combinados, en el cual coexisten discontinuidades geométricas diversas. En este trabajo se presentan y analizan las tensiones de Von Mises que se producen en dos zonas de un árbol con cambio de diámetro y chavetero plano, considerando las cargas aplicadas a partir de la presión lateral que genera la chaveta para transmitir un momento de torsión dado. El objetivo es, obtener los valores para distintas posiciones del chavetero, respecto del radio de acuerdo entre los diámetros, y comprobar la incidencia, en los resultados, derivada de la manera de considerar la carga aplicada. Se utiliza un *software* de análisis de tensiones por elementos finitos. Se obtienen valores de las tensiones muy distintos según el modo de consideración de la carga y se verifican resultados de trabajos anteriores que confirman la escasa influencia, sobre las tensiones localizadas, debido a la cercanía entre ambas discontinuidades geométricas.

Palabras Claves: elementos de máquinas, diseño mecánico, elementos finitos.

1. INTRODUCCIÓN

En el diseño mecánico de componentes de máquinas, es común incluir diversas discontinuidades geométricas con el fin que dicho componente cumpla con la utilidad para la cual se lo ha pensado. Por lo general, dichas discontinuidades se superponen en una misma sección resistente o se ubican en secciones muy próximas entre sí. El resultado de ello es la generación de tensiones localizadas cuyos valores son difíciles de obtener si no es por medio de herramientas informáticas.

En la bibliografía disponible especializada en diseño mecánico [1,2,3], fatiga de los metales [4], o de concentradores de tensión [5,6], no se ofrece información sobre casos de concentradores de tensión debidos a discontinuidades geométricas combinadas en estados complejos de tensión o, por lo menos, lo existente es de aplicación específica [7].

A pesar de la existencia de distintos *software* (Abaqus, ANSYS, Nastran) que permiten calcular las tensiones en los elementos de máquinas, para formas complejas y estado de cargas combinadas, el concepto de diseño previo adecuado y la manera de presentar el estado de carga para el análisis, es de fundamental importancia para optimizar la labor y obtener valores confiables.

En este trabajo se presentan y analizan los resultados obtenidos en dos zonas de un árbol con cambio de diámetro y chavetero plano combinados y sometido a un estado complejo de tensiones debido a la existencia de un momento de torsión y otro de flexión. Se obtienen distintos valores de las tensiones de Von Mises según la cercanía del chavetero con el radio de acuerdo entre los diámetros.

Los resultados se comparan con los obtenidos en un trabajo anterior [8], realizado por este equipo de investigadores, en donde se estudió el mismo tramo de árbol, considerando el momento de torsión aplicado de manera puntual en el extremo libre del árbol. Esta comparación lleva a confirmar los resultados obtenidos en lo referente a la escasa influencia, por la cercanía de ambas discontinuidades geométricas, sobre la magnitud de la tensión localizada en el chavetero y la importancia de la manera en que se considera la aplicación de la carga externa de momento de torsión en la obtención de los resultados.

2. OBJETO DE ESTUDIO.

El objeto de estudio es un árbol con cambio de diámetro y chavetero en la sección menor, como se muestra en la Figura 1.

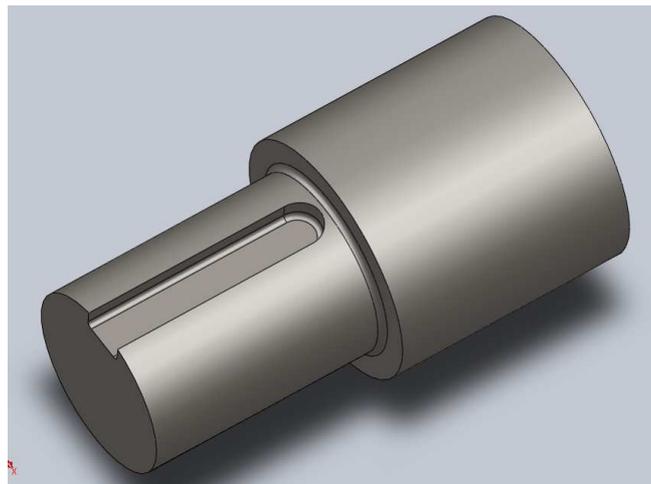


Figura 1. Objeto de estudio.

En la Figura 2, se muestra las dimensiones del mismo, las cuales son: diámetro mayor $D = 99,75\text{mm}$, diámetro menor $d = 75,00\text{ mm}$, relación $D/d = 1,33$ (para coincidir con Peterson [6] Pág. 76, Fig. 67), radio del empalme entre diámetros $r = 2,50\text{ mm}$ (tomado de un manual de rodamientos, como radio

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica

III CAIM 2012



FORO
DOCENTE
DEL ÁREA
MECÁNICA
DE LAS
INGENIERÍAS

FoDAMI

para alojar un rodamiento rígido de bolas serie 6415), luego resulta la relación $r/d=2,50/75=0,0333$; largo de tramo de menor diámetro $l = 97,50$ mm.

Las cargas actuantes son: momento de torsión M_t y de flexión M_f . La variable de análisis es la distancia j medida entre el extremo del chavetero y la finalización del radio de acuerdo r entre ambos diámetros: D y d (la variable independiente j induce la modificación del largo del chavetero de manera inversa).

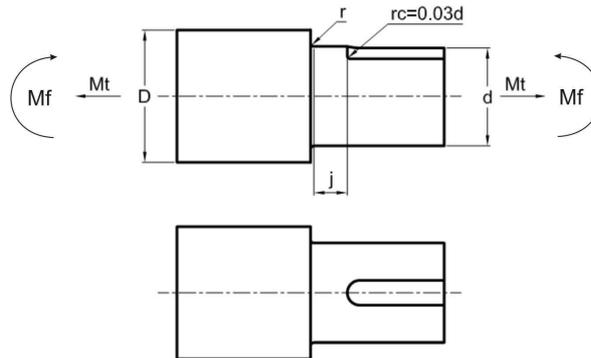


Figura 2. Estado de carga y geometría del objeto de estudio.

En las Figuras 3 y 4 se muestran las dimensiones longitudinales y transversales del chavetero, las cuales (salvo la longitud que es variable dependiente de la distancia j) se mantienen inalterables durante el análisis de las tensiones.

Las mismas son: profundidad $t = d/8 = 75/8 = 9,375$ mm, ancho $b = d/4 = 18,75$ mm (para coincidir con Peterson [6] Pág. 118, Fig. 100), relación $r/d = 0,03$ (ibíd.) por lo que $rc = d \times 0,03 = 75 \times 0,03 = 2,25$ mm (radio en el fondo del chavetero).

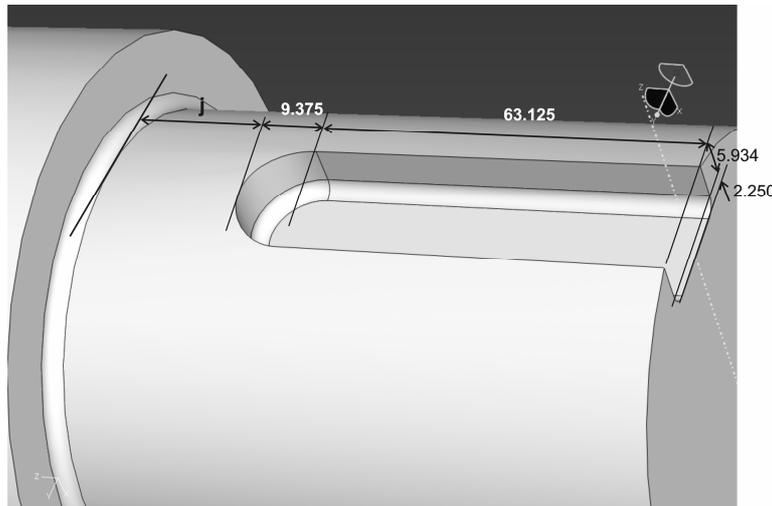


Figura 3. Dimensiones longitudinales del chavetero.

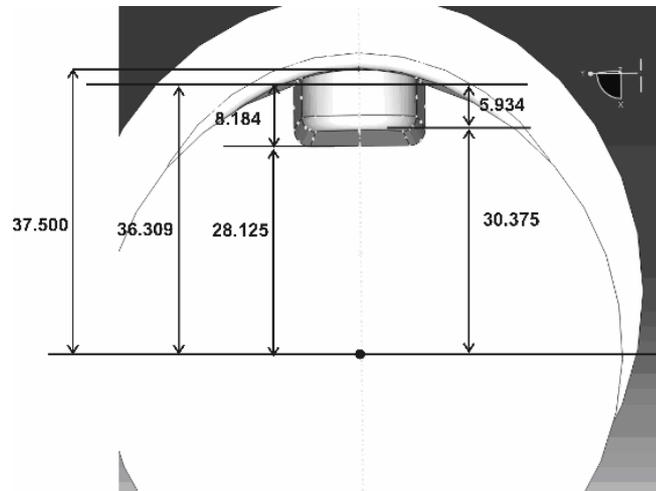


Figura 4. Dimensiones transversales del chavetero

El momento de torsión M_t aplicado se impone en 10.000.000 Nmm, y el de flexión M_f en 1.000.000 Nmm, (éste en el plano vertical que pasa por el centro de la ranura del chavetero, con el sentido como se indica en la Figura 2) de modo que coincidan con los utilizados en el trabajo previo ya indicado [8], con la intención de obtener resultados comparables.

El momento de torsión permite determinar la presión p que genera la chaveta sobre la cara longitudinal del chavetero, la cual se obtiene mediante la expresión (1). Esta manera de evidenciar la acción del momento de torsión marca la diferencia entre el actual análisis y el realizado en el trabajo [8]. En ese estudio, a dicho momento, se lo consideró aplicado puntualmente en el extremo derecho del árbol, como una carga concentrada, en tanto que en el presente trabajo, es el resultado de la presión p que actúa como carga distribuida sobre el lateral del chavetero.

$$p = \frac{M_t}{S \cdot y} \quad (1)$$

Donde:

S es el área útil de la cara longitudinal lateral del chavetero de altura 5,934mm y responde a:

$$S = 5,934 \cdot (l - j - 9,375) \quad (2)$$

l = 97,5 mm, es la longitud del tramo de árbol de diámetro $d = 75$ mm.

y es la distancia desde el centro de la sección circular del árbol, al medio de la altura de la cara longitudinal lateral del chavetero, e igual a $30,375 + (5,934/2) = 33,342$ mm.

Resulta que al ser cambiante el largo del chavetero, y para mantener constante el valor del momento de torsión, la presión p será variable. Los distintos valores de esta presión se consignan, entre paréntesis, en los títulos de los parágrafos 3.1 al 3.3.

3. METODOLOGÍA Y RESULTADOS

Se considera un acero con coeficiente de Poisson: 0,3 y módulo de elasticidad longitudinal de 210.000 MPa. Para el modelado se previó un vínculo de tercer grado en el extremo de mayor diámetro del árbol.

Con el fin de obtener el factor de concentración de tensiones teórico K_t , mediante la relación entre los valores obtenidos -por aplicación del software *Abaqus® v6.7-* de las tensiones en las zonas de análisis y los teóricos, se calculó, de manera tradicional, la tensión nominal de Von Mises, para la sección completa de diámetro $d = 75$ mm, con los valores del momento de torsión y el de flexión indicados anteriormente.

Se utilizó la expresión:

$$\sigma_{VM} = (\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2)^{1/2} \quad (3)$$

Donde:

$$\sigma \quad \text{Tensión normal por flexión} = \frac{Mf}{W} = \frac{32 \cdot Mf}{\pi \cdot d^3} = 24,14 \text{ N/mm}^2 \quad (4)$$

$$\tau \quad \text{Tensión tangencial por torsión} = \frac{Mt}{W_p} = \frac{16 \cdot Mt}{\pi \cdot d^3} = 120,72 \text{ N/mm}^2$$

Y la tensión nominal de Von Mises es:

$$\sigma_{VM} = 210,48 \text{ N/mm}^2 \quad (5)$$

Con la ayuda del *software* de análisis de tensiones por elementos finitos ya indicado (el cual fue validado en el trabajo previo [8] y por otros autores [13], que han verificado la discrepancia de resultados con el análisis matemático y con los ensayos) se determinan las máximas tensiones de Von Mises, que resultaron ubicadas en las zonas indicadas en las Figuras 5 a 10, para $j = 0$, $j = 10\text{mm}$ y $j = 25\text{mm}$. Se trabajó con mallado adaptativo e iteraciones automáticas y su tamaño se refinó hasta obtener resultados convergentes sólo en las zonas en estudio. La escala que se suele colocar en estos gráficos sólo se muestra en las Figuras 5 y 6 como ejemplo, y no se ha colocado en el resto de las figuras, pues la malla tan pequeña no permite discernir los valores a partir de ella. Se indican los valores máximos y queda suplida la necesidad de la escala.

3.1. Tensiones de Von Mises obtenidas para $j = 0$ ($\rho = 573 \text{ Mpa}$).

La máxima tensión de Von Mises obtenida en el chavetero corresponde a la zona del radio de empalme entre su lateral y el fondo y ha sido de 1598 MPa.

Para la zona del acuerdo entre diámetros, se ha obtenido 1105 MPa.

Las Figuras 5 y 6 muestran la representación gráfica que entrega el *software* con la ubicación de las zonas indicadas.

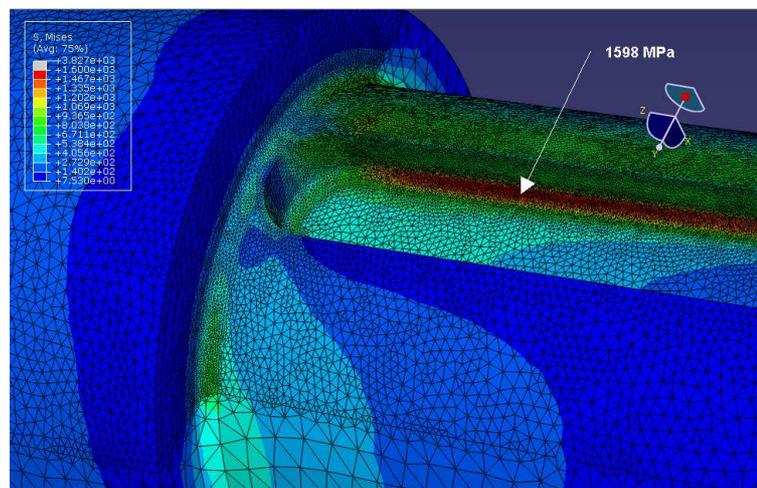


Figura 5. Ubicación de la máxima tensión de Von Mises para $j = 0$, en la zona del chavetero.

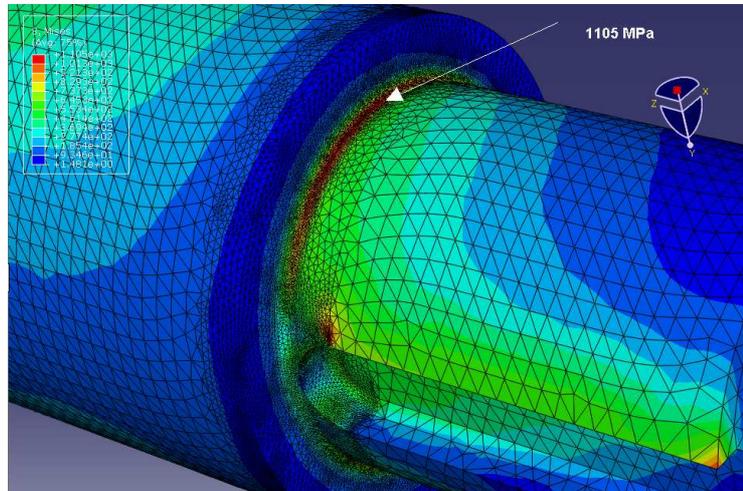


Figura 6. Ubicación de la máxima tensión de Von Mises para $j = 0$, en la zona de empalme entre diámetros.

Los valores de tensión de Von Mises, obtenidos en el trabajo [8] -utilizando el mismo software y modelo de objeto- son, para el chavetero 396 MPa y para el radio de acuerdo 383 MPa.

3.2. Tensiones de Von Mises para $j = 10$ mm ($p = 647$ Mpa).

Para la zona del chavetero, la máxima tensión registrada es de 1768 MPa. Para la zona del acuerdo entre diámetros, la máxima tensión obtenida es 1163 Mpa.

Las figuras 7 y 8 muestran la representación gráfica que entrega el software y la ubicación de las zonas en donde se han obtenido los valores indicados.

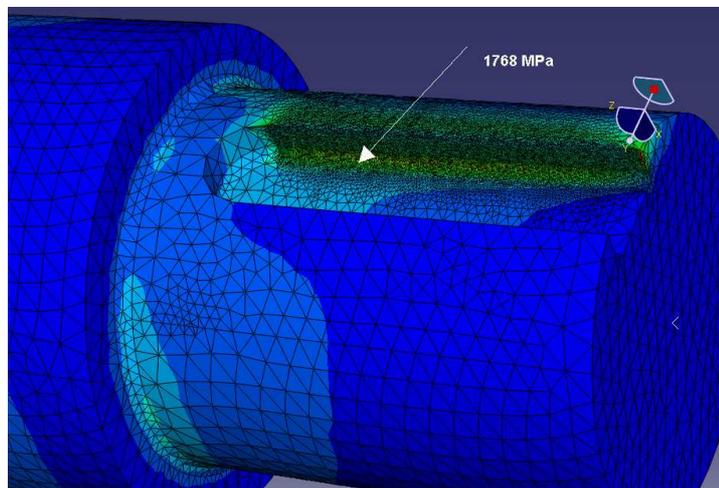


Figura 7. Ubicación de la máxima tensión de Von Mises para $j = 10$ mm, en la zona del chavetero.

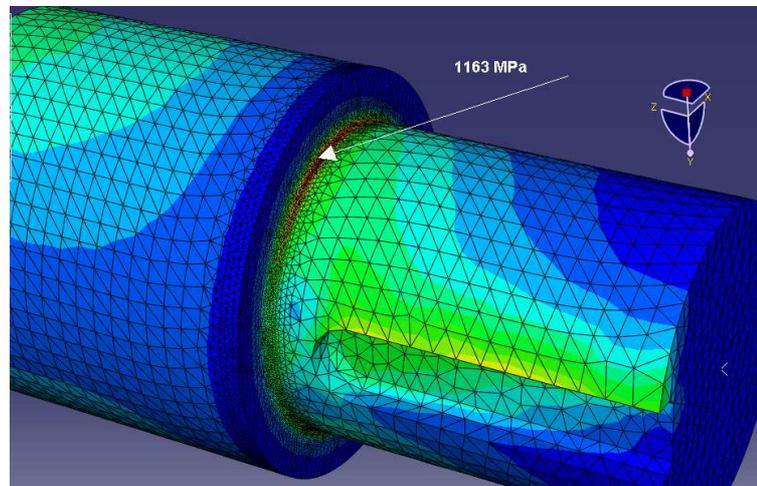


Figura 8. Ubicación de la máxima tensión de Von Mises para $j = 10$ mm, en la zona de empalme entre diámetros.

En el trabajo [8] las tensiones obtenidas -utilizando el mismo software y modelo de objeto- fueron, para el chavetero 398 MPa y para la zona del radio de acuerdo 397 MPa, lo cual indica un incremento de 3,9 veces para el punto A y 2,37 veces para el punto B.

3.3. Tensiones de Von Mises para $j = 25$ mm ($\rho = 801$ Mpa)

Para la zona del chavetero, la máxima tensión obtenida ha sido de 2232 MPa. Para la zona del acuerdo entre diámetros, la máxima tensión obtenida fue de 1294 Mpa. Las figuras 9 y 10 muestran la representación gráfica que entrega el software y la ubicación de las zonas en donde se han obtenido los valores indicados.

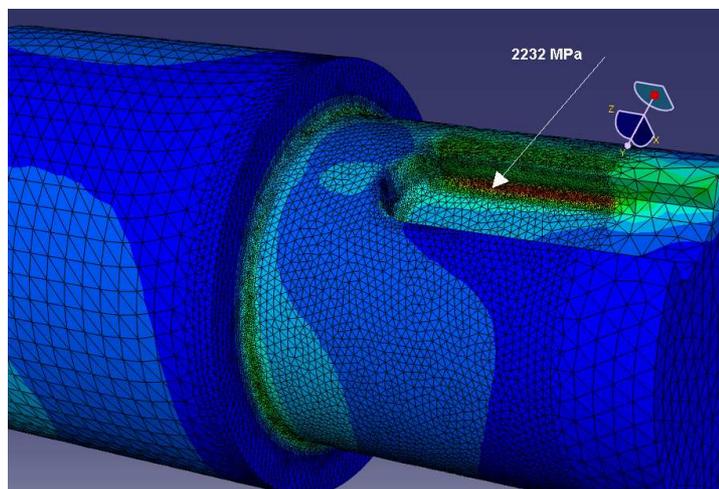


Figura 9. Ubicación de la máxima tensión de Von Mises para $j = 25$ mm, en la zona del chavetero.

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica

III CAIM 2012

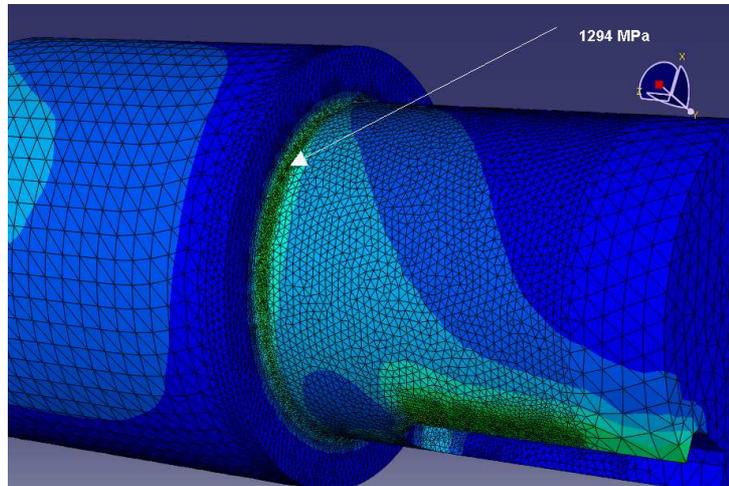


Figura 10. Ubicación de la máxima tensión de Von Mises para $j = 25 \text{ mm}$, en la zona de empalme entre diámetros.

En el trabajo [8] las tensiones obtenidas -utilizando el mismo software y modelo de objeto- fueron, para el chavetero 396 MPa y para la zona del radio de acuerdo 375 MPa.

3.4. Tabla resumen de resultados.

En la Tabla 1 se indican los valores de las máximas tensiones de Von Mises obtenidos y su comparación con las equivalentes del trabajo [8]. Se indican, también, el valor teórico del factor de concentración de tensiones para cada caso.

Tabla 1. Valores obtenidos y sus comparaciones

Dist. j (mm)	Resultados según trabajo [8]				Resultados según el presente trabajo			
	Tensión máxima V.M. (MPa)		Factor Kt		Tensión máxima V.M. (MPa)		Factor Kt	
	Chav.	empalme	Chav.	empalme	Chav.	empalme	Chav.	empalme
0	398	397	1,89	1,89	1598	1105	7,59	5,24
10	396	383	1,88	1,82	1768	1163	8,40	5,52
25	396	375	1,88	1,78	2232	1294	10,60	6,15

4. CONCLUSIONES.

La Tabla 1 muestra las diferencias en los valores de las tensiones obtenidos según la manera de considerar las cargas aplicadas.

El modo simplificado de modelizar la aplicación de los momentos actuantes, de la manera que comúnmente se presenta en la bibliografía, y aplicada en el trabajo [8], induce la obtención de valores bajos de las tensiones y de los factores de concentración de tensiones.

De los resultados según trabajo [8], también puede observarse la escasa discrepancia entre los valores de las tensiones para las distintas ubicaciones del chavetero, dada por la cota j y entre las zonas de estudio.

En cambio, en los resultados del presente trabajo, existen marcadas diferencias entre las tensiones en la zona del chavetero y del acuerdo, para cualquiera de las distancias j . Obsérvese que, para $j = 0$, la relación entre la tensión en el chavetero respecto de la del empalme es de 1,45 veces superior, en $j = 10$ de 1,52 veces y para $j = 25$ de 1,72 veces mayor.

La tensión en el la zona del chavetero disminuye a medida que lo hace la cota $j = 0$, lo cual se debe a la menor presión sobre el lateral longitudinal del mismo ($p = 573 \text{ Mpa}$, respecto de $p = 801 \text{ Mpa}$, a igual momento de torsión transmitido). Esto es válido como estrategia de diseño, pues la chaveta de mayor longitud disminuye las tensiones generadas. No obstante es muy superior a las obtenidas en el

Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica

III CAIM 2012



UTN.BA

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES



FoDAMI

acuerdo. Ello pone de manifiesto que el chavetero es un concentrador más significativo, incluso coincidiendo con la zona del acuerdo entre ambos diámetros.

Es importante destacar que, con respecto al estudio previo [8], la localización de la máxima tensión en el chavetero, siempre en el radio de acuerdo entre su lateral y el fondo del mismo, se ha desplazado desde una posición coincidente con su extremo curvo, hacia la zona media del largo del chavetero. Esto podría deberse al criterio utilizado para definir la presión, pues se ha obviado dicha zona curva por su incapacidad para la transmisión del momento de torsión.

La tensión máxima registrada para la zona del acuerdo, se ubica a aproximadamente 90° respecto del chavetero, y disminuye a medida que también lo hace j . Los autores piensan que este resultado se debe a la orientación del plano de acción del momento flector resultante, cuya ubicación está notoriamente influenciada por el momento flector generado por la presión lateral en el chavetero, de valor significativamente superior al M_f de 1.000.000 Nmm considerado como carga externa.

Esta situación, más el hecho de no ser afectada por la proximidad del chavetero, es distinta a los resultados obtenidos en el estudio anterior [8].

El modo de considerar aplicado el momento de torsión, incide notablemente en los resultados obtenidos. La consideración de la presión que ejerce la chaveta, al transmitir el momento de torsión, sobre el lateral longitudinal del chavetero es más cercana a la realidad que si se lo considera aplicado de modo concentrado en el extremo libre del árbol.

5. REFERENCIAS.

- [1] Norton, R. L. *Diseño de máquinas* (1999). Prentice Hall Hispanoamericana. México.
- [2] Deutschman, A.D.; Michels, W.J., Wilson, C.E. *Diseño de máquinas. Teoría y práctica.* (1985). Compañía Editorial Continental. México.
- [3] Budynas, Richard, G.; Nisbett, J. Keith. (2008). *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley.* Octava edición. McGraw Hill. México.
- [4] Frost N. E.; Marsh K. J.; Pook L. P. *Metal Fatigue.* (1999). Oxford University Press. Canada.
- [5] Pilkey, Walter D.; Pilkey, Deborah, F. (2008). *Peterson's Stress Concentration Factors.* Tercera edición. John Wiley and Sons. Estados Unidos de Norte América.
- [6] Peterson, R. E. (1974). *Stress concentration design factors. Charts and relations usefull in making strength calculations for machine parts and structural elements.* John Wiley and Sons. Estados Unidos de Norte América.
- [7] Amé R.M; Dasso G.M. "Concentración de tensiones producida por discontinuidades geométricas combinadas. Una exploración del estado del arte". (2008). *Anales del Primer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica I°CAIM 2008.* Bahía Blanca. Argentina.
- [8] Dasso, Gabriel M.; Amé, Ricardo M.; Lezama, Daniel H. (2010). "Determinación de las tensiones localizadas de Von Mises producidas por discontinuidades geométricas combinadas en estados complejos de tensión". *Segundo Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica II° CAIM 2010.* San Juan, República Argentina.