



VII COBIM
VII CONGRESO BOLIVARIANO DE
INGENIERÍA MECÁNICA

VII CONGRESO BOLIVARIANO DE INGENIERIA MECANICA
Cusco, 23 al 25 de Octubre del 2012

**INFLUENCIA DE LAS DIMENSIONES Y POSICIONES RELATIVAS DE LAS
DISCONTINUIDADES GEOMÉTRICAS COMBINADAS EN EL DISEÑO MECÁNICO
DE UN COMPONENTE DE MAQUINA**

Amé, R. M.; Lezama, D.H.

Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora.
Camino de Cintura y Juan XXIII. Lomas de Zamora. Provincia de Buenos Aires.
República Argentina.
ingricardoame@gmail.com

RESUMEN

Los componentes de máquinas se diseñan con las necesarias discontinuidades geométricas para cumplir con su funcionalidad. Estas pueden coincidir en una misma sección o estar cercanas entre sí. Se conocen los factores de concentración de tensiones para las configuraciones geométricas simples más comunes, pero no se dispone de información suficiente cuando existen discontinuidades combinadas. En placas planas sometidas a carga axial constante, hay resultados obtenidos para aquellas con varios orificios circulares, de igual o distinto diámetro, más o menos separados entre sí, con muescas en sus lados o cambio de ancho, pero no existen suficientes estudios de placas donde se combinen entre ellas. El objetivo del presente trabajo es determinar la influencia de la posición y tamaño relativo de una discontinuidad respecto de las tensiones localizadas generadas sobre la otra; y proponer una solución de diseño óptimo.

Los resultados obtenidos indican que las tensiones, si bien más elevadas que la nominal, disminuyen cuando ambas discontinuidades coinciden en la misma sección, sugiriendo la hipótesis: “las discontinuidades geométricas combinadas, coincidentes en una misma sección transversal, en placas delgadas sometidas a cargas axiales, generan valores bajos de tensiones concentradas, respecto de otras ubicaciones relativas no coincidentes en la misma sección transversal”.

PALABRAS CLAVE: Elementos de máquinas, diseño mecánico.

ÁREA TEMÁTICA PRINCIPAL: 04 DISEÑO DE ELEMENTOS DE MÁQUINAS

INTRODUCCIÓN.

En el diseño de máquinas, es inevitable que sus componentes presenten varias discontinuidades geométricas, pues ellas aportan al cumplimiento de la función para la cual se piensa dicho elemento. Estas discontinuidades generan concentración de tensiones y si están combinadas en una misma sección, o en secciones muy cercanas, la incidencia mutua sobre las tensiones localizadas es de difícil determinación.

En los libros de texto de diseño de elementos de máquinas se trata muy poco el tema, algunos autores [1-3] indican procedimientos de dudosos resultados, generalmente muy conservadores.

En lo que respecta al estudio de placas planas, sometidas a cargas axiales constantes, con varios y distintos tamaños de agujeros, la información disponible es abundante. Chin-Bing Ling, Schouly y Hutter, citados en Peterson [4], determinaron matemáticamente las relaciones entre las tensiones máximas y nominales para placas con dos agujeros, con más de dos agujeros en línea y para dos líneas paralelas de agujeros (págs. 91 a 98), con carga aplicada en dos caras opuestas de la placa o en las cuatro aristas. Se observa, por ejemplo, que para la placa con una línea de agujeros orientada de manera perpendicular a la carga, la tensión en el punto periférico interno del orificio aumenta a medida que disminuye la distancia entre centros de los agujeros y disminuye, a medida que se alejan. El factor de concentración de tensiones teórico K_t , calculado entre la máxima tensión obtenida y la tensión en la sección neta entre agujeros, disminuye a medida que ésta última aumenta por acercamiento entre centros. Lipson y Juvinall [5] ofrecen en el gráfico de la Figura 20-51 el valor del factor de concentración de tensiones -calculado matemáticamente a partir de la relación con la tensión nominal- para una placa plana con varios agujeros distribuidos en dos ejes paralelos entre sí y perpendiculares a la carga aplicada, equidistantes, tanto lineal como diagonalmente; a medida que los agujeros se separan el factor de concentración de tensiones tiende a 3. Zimmerman [6] también ha estudiado matemáticamente las tensiones en el borde interno de dos agujeros muy cercanos entre sí, incluso al punto en que llegan a ser tangentes, ubicados sobre una placa. Por su parte, Peñaranda Carrillo, et. al [7], han determinado el factor de concentración de tensiones en los bordes de dos agujeros de igual diámetro, en una placa plana, orientados en el sentido de la carga y perpendicularmente a ella. El estudio consistió en determinar las tensiones en el borde interno de los orificios, variando la magnitud de sus diámetros y la distancia que los separa; con la utilización del método de elementos finitos, sus conclusiones apuntan a la relación entre la menor distancia y el mayor valor del factor de concentración (como en los casos anteriormente descritos). La aplicación del análisis de tensiones por elementos finitos es muy utilizado por la eficiencia y confiabilidad que otorga. Roldan y Bastidas [8] lo usan para estudiar una placa plana con agujero y comparar los resultados con los obtenidos mediante la teoría matemática de la elasticidad y de manera experimental; sus conclusiones indican que el factor de concentración de tensiones obtenido experimentalmente y por aplicación de elementos finitos coinciden y el obtenido matemáticamente es superior en un 12,5%. Haddon, citado en Pilkey y Pilkey [9] (págs. 308-313), ha estudiado el efecto que producen, en la distribución de tensiones, dos orificios circulares, de distinto diámetro, en una placa plana de dimensiones infinitas, encontrando que, para una determinada diferencia de diámetros, la tensión en el borde interno de los orificios aumenta con la cercanía entre ellos, y para una separación dada, la magnitud de la tensión localizada disminuye a medida que los diámetros tienden a igualarse. Monroy y Godoy [10] estudian las interacciones producidas por la existencia de varias perforaciones circulares, de distintos diámetros, sobre una placa plana sometida a carga axial en sus dos extremos opuestos; su estrategia fue determinar la distribución del campo de esfuerzos en la zona intermedia entre las discontinuidades, encontrando que las tensiones dependen de la distancia que las separa y de la relación de tamaño entre ellos, y que crecen a medida que los agujeros se acercan entre sí a menos de una distancia de 4 radios, y decrecen a medida que se alejan, llegando a ser poco significativas a una distancia de más de 13 radios. Ting y Chen [11] también estudiaron la distribución de las tensiones para la placa plana con dos, tres y cinco perforaciones circulares, de igual y distintos diámetros, orientadas perpendicularmente o en igual sentido a la carga externa; sus conclusiones coinciden en el sentido de la influencia de la cercanía de las perforaciones con la intensidad de las tensiones generadas en sus bordes internos.

A pesar de la cantidad de estudios descritos anteriormente, no existe el que analice la distribución de las tensiones en una placa plana, sometida a carga axial constante cuyo diseño incluya una ranura central coincidente con dos entallas semi-circulares periféricas.

La importancia de la propuesta reside en que en varios trabajos anteriores [12-16] realizados por el equipo de investigación de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora, Argentina, sobre placas planas, se ha podido comprobar que la magnitud de las tensiones localizadas producidas por la existencia de combinación de discontinuidades geométricas, son significativamente más bajas que las que indican los autores ya nombrados. Por ello, en este trabajo se analiza el grado de importancia de la ubicación relativa de las discontinuidades geométricas y se comparan los factores teóricos de concentración de tensiones K_t , obtenidos, con aquellos ofrecidos en la literatura clásica [4 y 9] para casos de discontinuidades geométricas únicas y sencillas.

OBJETO DE ESTUDIO

El espécimen de estudio, para el presente trabajo, es una pieza plana, de pequeño espesor, con una ranura central sobre el eje de simetría longitudinal, en la misma sección transversal en donde se encuentran dos entallas semi-circulares periféricas, como se muestra en la Figura 1.

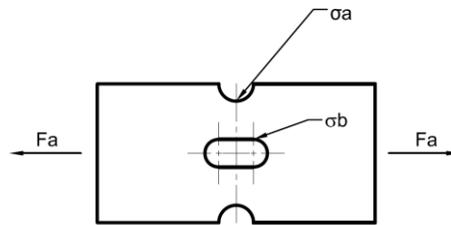


Fig.1: Objeto de estudio

La placa está solicitada a carga axial F_a constante, resultante de la aplicada de manera distribuida en cada uno de sus extremos, que genera una tensión nominal de 200 MPa en la sección completa.

La Figura 2 muestra las dimensiones de la placa, que son: $h = 130$ mm, radio de las entallas periféricas $r_a = 15$ mm, ancho de la ranura central $A_r = 20$ mm, con lo que resulta un radio $r_b = 10$ mm para sus extremos semi-circulares, largo total de la ranura central $L_r = 40$ mm, espesor de la placa 1mm, con lo que resultan las relaciones: $2r_a/h = 0,23$ ([9] Chart 2.3, Pilkey y Pilkey pág. 83) y $2r_b/h = 0,15$ ([9] Chart 4.1, Pilkey y Pilkey, pág. 256)

El largo total es suficiente para evitar su influencia en los resultados que puedan obtenerse (Troyani, et. al. 2003, citado en [9]).

La singularidad del análisis consiste en determinar las tensiones σ_a en el punto a y la tensión σ_b en el punto b (Figura 1), para distintas posiciones del desplazamiento, a lo largo del eje longitudinal, de la ranura central (dada por la distancia j al eje y - y) y distintos largos L_r de la misma.

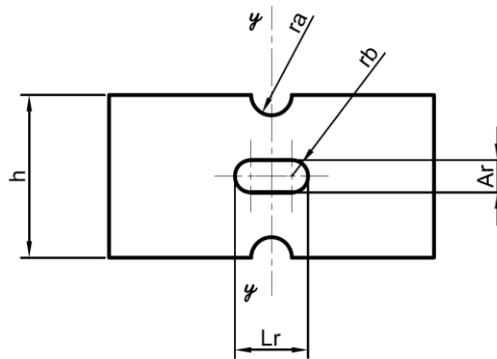


Fig.2: Dimensiones de la placa objeto de estudio

HERRAMIENTA, PROCEDIMIENTO Y RESULTADOS

Se utiliza un software de análisis de tensiones por elementos finitos. La herramienta ya fue validada en otras oportunidades [13, 16], constatando que puede presentar un error menor al 4% en los resultados obtenidos. El eje transversal de referencia y - y para la medición de la cota j , coincide con el eje geométrico del semi-círculo de las entallas periféricas. Hacia la derecha de esa referencia se miden las cotas j positivas, y negativas hacia la izquierda.

Se determinan las tensiones en los puntos a y b indicados para los casos en que $j = 0$ y $j = 15$ y luego para $j = 0$ y distintos largos de la ranura central.

Con los valores de las tensiones obtenidas se calcula el “Factor teórico de concentración de tensiones K_t ” para el punto a y el b, haciendo la relación:

$$K_{ta} = \frac{\sigma_{a.máx}}{\sigma_{nom}} \quad (1)$$

Y también:

$$K_{tb} = \frac{\sigma_{b.máx}}{\sigma_{nom}} \quad (2)$$

Estos resultados se comparan con aquellos ofrecidos por Pilkey y Pilkey [9] para “Chart. 2.3. Factores de concentración de tensiones K_{tg} y K_{tn} en una placa a tensión con muescas de borde opuestas semi-circulares”, página 83 y “Chart. 4.1. Factores de concentración de esfuerzos K_{tg} y K_{tn} de la tensión en un elemento de ancho finito delgado con un agujero circular”, página 270.

Resultados obtenidos para $j = 0$ y $L_r = 50$ mm.

La Figura 3 muestra el modelo de trabajo para $j = 0$, es decir, la ranura central se encuentra ubicada de manera simétrica, tanto en el eje longitudinal como con respecto al eje vertical y-y que pasa por los centros de los semi-círculos de las entallas periféricas.

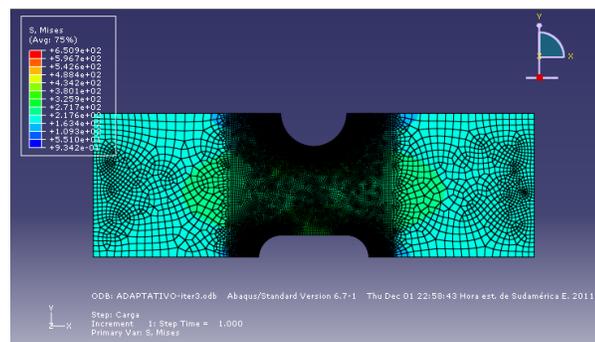


Fig.3: Modelo de análisis de tensiones para $j = 0$

Se obtiene la tensión $\sigma_{a.máx}$ en el punto a: 652 MPa, $\sigma_{b.máx}$ en el punto b = 500 MPa.

El color más oscuro de la parte central de la figura, se debe a la alta concentración de celdas de menor tamaño en la zona de estudio; si la figura estuviera ampliada se verían tonalidades del rojo indicativas de tensiones elevadas.

Resultados obtenidos para $j = 15$ mm y $L_r = 50$ mm

La Figura 4 muestra el modelo de trabajo para $j = 15$ mm. La ranura central se ha desplazado hacia la derecha respecto del esquema anterior. Su eje de simetría transversal está a una distancia de 15 mm respecto del eje de referencia y-y.

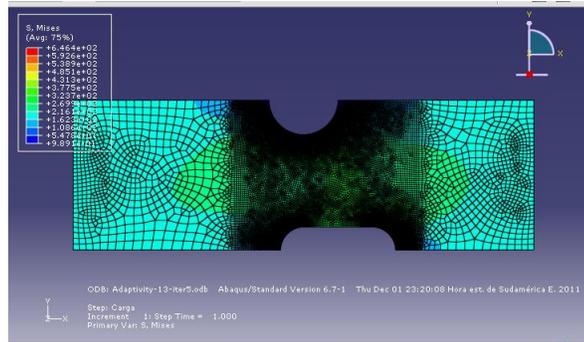


Fig. 4: Modelo de análisis de tensiones para $j = 15 \text{ mm}$

Se obtiene la tensión $\sigma_{a,máx}$ en el punto a: 648 MPa, $\sigma_{b,máx}$ en el punto b = 538 MPa.

Dado la simetría de la pieza y la manera en que se encuentra solicitada, estos resultados son iguales para $j = -15 \text{ mm}$.

Resultados obtenidos para $j = 0$ y distintos largos de la ranura central

Para esta alternativa de diseño, la ranura central se ha extendido en su largo a L_r . Su eje de simetría vertical coincide con el eje de referencia y-y, es decir $j = 0$. La Figura 5 muestra uno de los modelos de trabajo a modo de ilustración.

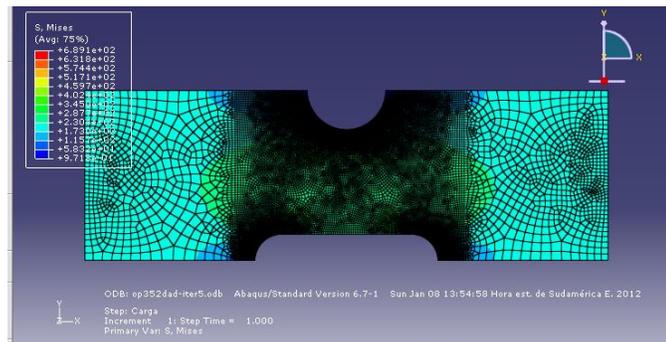


Fig. 5: Modelo ilustrativo de análisis de tensiones para $j = 0$ y ranura central de largos diferentes.

La Tabla 1 sintetiza los resultados obtenidos.

Tabla 1: Resumen de tensiones máximas obtenidas para $j=0$ y distintos largos de la ranura central.

Largo de la ranura L_r (mm)	50	60	70	80	90	100
Tensión en el punto a (MPa)	652	670	691	696	716	731
Tensión en el punto b (MPa)	500	513	521	529	533	538

En la Figura 6 se han graficado los resultados incluidos en la Tabla 1 con el fin de compararlos visualmente.

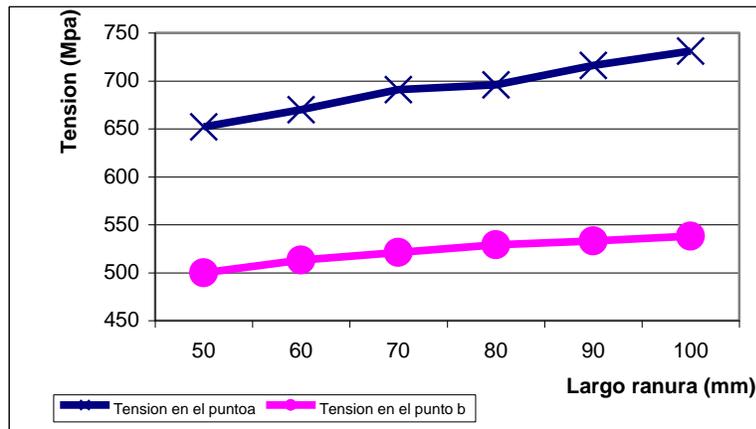


Fig. 6: Grafico demostrativo de la variación de las tensiones localizadas en los puntos a y b en función del largo de la ranura central.

En la Tabla 2 se muestran los valores del factor de concentración de tensiones en los puntos a y b, calculados a partir de las relaciones (1) y (2), para los distintos diseños propuestos y su comparación con los que pueden obtenerse de las gráficas “Chart 2.3” [9] y “Chart 3.4” [9] del Pilkey y Pilkey ya mencionadas.

Tabla 2: factores de concentración de tensiones comparados

		Diseño con ranura desplazada		Diseño con ranura centrada de distintos largos				
		j = 0; Lr = 50	j = 15; Lr = 50	j = 0; Lr = 60	j = 0; Lr = 70	j = 0; Lr = 80	j = 0; Lr = 90	j = 0; Lr = 100
Ubicación j y largo de la ranura Lr (mm)								
K_{ta}	D.P.E	3,26	3,24	3,35	3,45	3,48	3,58	3,65
	Chart. 2.3 [9]	3	3	3	3	3	3	3
K_{tb}	D.P.E	2,50	2,69	2,56	2,60	2,64	2,66	2,69
	Chart. 4.1 [9]	3,09	3,09	3,09	3,09	3,09	3,09	3,09

Nota: D.P.E. significa “del presente estudio”.

Al contrario de lo que puede leerse en alguna bibliografía de diseño de elementos de máquinas [1-3], la combinación de discontinuidades geométricas no eleva significativamente las tensiones localizadas, por lo menos para las relaciones geométricas utilizadas en este estudio. Este comportamiento ya fue observado en otros trabajos por estos mismos investigadores. El valor del factor de concentración para el punto a: K_{ta} obtenido en el presente estudio, es 1,21 veces superior en el mayor de los casos, y el correspondiente al punto b: K_{tb} 19% menor en el caso de mayor diferencia.

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

Para el punto a: se observa que el menor valor de tensión corresponde al diseño en donde la ubicación de la ranura central es para $j = 15$ mm y prácticamente igual que para cuando $j = 0$, pues existe una diferencia de apenas 1%.

La tensión en el punto a se incrementa considerablemente cuando la ranura central aumenta su largo, lo cual significa que es afectada por ese concentrador geométrico. Para un incremento de la longitud de la ranura central del 100%, la tensión aumenta 12%.

En todos los casos la tensión siempre es mayor a cualquiera de las obtenidas para el punto b, lo cual indica que como concentrador geométrico es más perjudicial que la ranura central

La optimización del diseño indicaría una ranura central corta y centrada.

Para el punto b: la menor tensión se obtiene en la alternativa de diseño para $j = 0$. Se observa un incremento del 8% de la tensión cuando la ranura se desplaza y cuando aumenta de longitud.

Estos resultados fortalecen la propuesta de optimización basada en ranura corta centralizada.

REFERENCIAS

- [1] J. E. Shigley; L. D. Mitchell, *Diseño en Ingeniería Mecánica*, McGraw-Hill Inc., México, 1983.
- [2] V.M. Faires, *Diseño de Elementos de Máquinas*, Montaner y Simon S.A., Barcelona, España, 1970.
- [3] A. D. Deutschman; W. J. Michels; C. F. Wilson, *Diseño de máquinas, Teoría y práctica*, Compañía Editorial Continental, S.A., México, 1985.
- [4] R. E. Peterson, *Stress Concentration Design Factors*, John Wiley & Sons Inc., 1974.
- [5] C. Lipson; R. C. Juvinall, *Handbook of Stress and Strength. Design and material applications*, Macmillan Company, New York, Estados Unidos de Norte América, 1963.
- [6] R. W. Zimmerman, Stress singularity around two nearby holes, *Mechanics Research Communications* 15 , 87-90, 1988.
- [7] M. Peñaranda Carrillo; J. B. Pedroza Rojas; J. Méndez Orellana, Determinación del factor teórico de concentración de esfuerzo de una placa infinita con doble agujero, 8º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Cusco, Perú, 2007.
- [8] F. Roldán; U. Bastidas, Estudio experimental y por análisis de elementos finitos del factor de concentración de esfuerzo producido por un agujero en una placa plana, *Dyna Universidad nacional de Colombia*, vol 69, núm. 137, 2002.
- [9] W. D. Pilkey; D. F. Pilkey, *Peterson's Stress Concentration Factors*, John Wiley & Sons, 2008.
- [10] H. A. Monroy; L. A. Godoy, Un sistema computacional para la simulación de interacción de defectos estructurales, sexto Congreso Argentino de Mecánica Computacional, MECOM 99, Mendoza, Argentina, 1999.
- [11] K. Ting; K. T. Chen; W. S. Yang, Applied alternating method to analyze the stress concentration around interacting multiple circular holes in an infinite domain, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 36, Issue 4, 1999.
- [12] R.M. Amé; G.M. Dasso, Concentración de tensiones producida por discontinuidades Geométricas combinadas. Una exploración del estado del arte, *Primer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, Iº CAIM-2008*, Bahía Blanca, Argentina, 2008.
- [13] G.M. Dasso; R.M. Amé, Nuevos aportes al análisis de las tensiones localizadas producidas por discontinuidades geométricas combinadas. Una aplicación del análisis de tensiones por elementos finitos, *Primer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica IºCAIM-2008*, Bahía Blanca, Argentina, 2008.
- [14] G.M. Dasso; R.M. Amé; D. H. Lezama, Determinación de las tensiones localizadas de Von Mises producidas por discontinuidades geométricas combinadas en estados complejos de tensión, *Segundo Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica, IIº CAIM-2010*, San Juan, Argentina, 2010.
- [15] R.M. Amé; G.M. Dasso; D. H. Lezama, Tensiones localizadas producidas por discontinuidades geométricas combinadas, *X Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*, Porto, Portugal, 2011.
- [16] R. M. Amé; G. M. Dasso; D. H. Lezama, Tensiones localizadas producidas por discontinuidades geométricas combinadas, *Revista Cubana de Ingeniería*, 2(2), (2011), 43-48.

UNIDADES Y NOMENCLATURA

K_t	Factor teórico de concentración de tensiones (genérico).
σ_a	Tensión localizada en el punto a (MPa).
σ_b	Tensión localizada en el punto b (MPa).
Fa	Fuerza axial resultante de la distribuida en el lado de la placa de estudio (N).
j	Distancia de desplazamiento del eje de simetría vertical de la ranura central respecto del eje y-y (mm).
h	Ancho de la placa de estudio (mm).
ra	Radio de la entalla semi-circular (mm).
rb	Radio del extremo de la ranura central (mm).

L_r	Largo total de la ranura central (mm).
K_{ta}	Es el factor teórico de concentración de tensiones para el punto a (adim).
K_{tb}	Es el factor teórico de concentración de tensiones para el punto b (adim).
$\sigma_{a.m\acute{a}x}$	Es la máxima tensión axial obtenida en el punto a, para cada alternativa de posición de la perforación central (MPa)
$\sigma_{b.m\acute{a}x}$	Es la máxima tensión axial obtenida en el punto b, para cada alternativa de posición de la perforación central (MPa).
σ_{nom}	Es la tensión nominal de 200 MPa existente en la sección completa de ancho h (MPa).