

UN ANÁLISIS DE DISTRIBUCIÓN DE TENSIONES SEGÚN EL MÉTODO DE MONTAJE MASA-ÁRBOL

Amé, Ricardo Mario¹, Heidenreich, Elvio¹

1-Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Lomas de Zamora, Camino de Cintura y Juan XXIII, Lomas de Zamora, Argentina.
ingricardoame@gmail.com

Palabras clave: Concentración de tensiones, elementos finitos, diseño mecánico.

Resumen

Los árboles de transmisión son elementos de máquinas sometidos a tensiones variables y combinadas. Sumado a esto, su diseño, generalmente está caracterizado por discontinuidades geométricas impuestas por sus necesidades funcionales. El montaje con interferencia o mediante chaveta, de poleas, ruedas o mazas de acoples, sobre él generan tensiones adicionales localizadas de muy compleja distribución y difícil determinación.

La bibliografía clásica y trabajos de investigación específicos, no muestran análisis comparativos sobre los distintos modos de colocación de los accesorios sobre el árbol y su influencia en la generación de tensiones localizadas.

En este trabajo se realiza un modelo de árbol de transmisión, simplemente apoyado, sometido a un momento de torsión y de flexión, con geometría escalonada, y se analiza, con la ayuda de un software de análisis de tensiones por elementos finitos, la magnitud y distribución de ellas, generadas por la colocación de un cubo de rueda de tres maneras distintas: a) mediante una chaveta plana, b) mediante dos chavetas planas a 180° entre sí y c) por interferencia dimensional.

Los resultados permiten comparar y poner en evidencia las significativas diferencias que cada uno de ellos genera y se concluye en cual de aquellos es el más apto a cada situación.

1. Introducción.

Los árboles de transmisión son elementos de máquinas sometidos a tensiones variables y combinadas. Sumado a esto su diseño está caracterizado por discontinuidades geométricas impuestas por sus necesidades funcionales. El montaje con interferencia, mediante chaveta u otros medios, de poleas, ruedas o mazas de acoples, sobre él generan tensiones adicionales localizadas de muy compleja distribución y difícil determinación sino es mediante la ayuda de herramientas informáticas de modelización y análisis de tensiones.

Estas herramientas no siempre están disponibles, requieren de recursos técnicos adecuados y humanos muy capacitados y para una primera aproximación en el diseño no necesariamente son indispensables. La existencia de parámetros o experiencias comprobadas sería de suma utilidad para estas circunstancias.

No obstante, la bibliografía clásica y trabajos de investigación específicos, no muestran análisis comparativos sobre los distintos modos de colocación de los accesorios sobre el árbol y su influencia en la generación de tensiones localizadas. Esta falencia es posible de observar en aquella especializada en diseño mecánico [1, 2, 3], fatiga de los metales [4], o de concentradores de tensión [5, 6].

Trabajos anteriores [7, 8] confirman esta situación. En [9] se ha analizado la influencia relativa entre las cercanías de los concentradores de tensión geométricos derivados de la ranura para la chaveta y el radio de empalme entre una sección de diámetro mayor con otra de diámetro menor. Algunos trabajos específicos realizados hacen un aporte significativo al conocimiento de esta problemática: en [10] se analizan algunos aspectos del montaje con interferencia entre un objeto y el árbol por el método térmico pues en él se obtiene evidencia entre la generación de tensiones en los bordes del contorno de una pieza montada con la rapidez de enfriamiento de la misma; en el [11] se estudia la incidencia de los errores de manufactura en la distribución del ranurado longitudinal del árbol como medio de transmitir momento de torsión en la generación de tensiones y evaluación de desgaste; finalmente, en [12] sólo se estudia la generación de tensiones localizadas en el borde inferior del acuerdo entre dos secciones de distinto diámetro para una pieza cilíndrica sometida a flexión y torsión. Si bien estos trabajos específicos se acercan al motivo del presente estudio, no contemplan las características incluidas en el mismo.

En este trabajo se realiza un modelo de árbol de transmisión, simplemente apoyado, sometido a un momento de torsión y de flexión, con geometría escalonada, y se analiza, con la ayuda de un software de análisis de tensiones por elementos finitos, la magnitud y distribución de ellas, generadas por la colocación de un cubo de rueda de tres maneras distintas: a) mediante una chaveta plana, b) mediante dos chavetas planas dispuestas a 180° entre sí y c) mediante interferencia dimensional.

Los resultados permiten comparar y poner en evidencia las significativas diferencias que cada uno de ellos genera y se concluye en cual de aquellos es el más apto a cada situación

2. Objeto de estudio.

El objeto de estudio es el tramo intermedio de un árbol de diseño genérico donde se ha dispuesto un cambio de diámetro con radio de empalme entre ambos y con tres alternativas de diseño: a) con una ranura para chaveta plana, según Figura 1, b) con dos ranuras para chaveta plana, a 180° entre sí, según se puede observar en la Figura 2 y c) liso, sin ranuras, para montaje con interferencia dimensional, según se muestra en la Figura 3. Se determinan las mayores tensiones de Von Mises en dicho tramo para las tres condiciones de montaje.

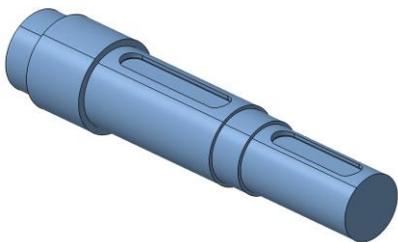


Figura 1. Caso a: Con una ranura para chaveta

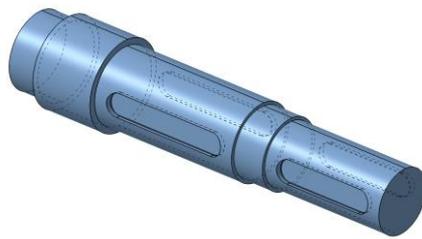


Figura 2. Caso b: Con dos ranuras para chavetas a 180° entre sí.

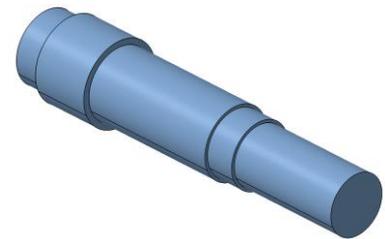


Figura 3. Caso c: Para interferencia dimensional.

En la Figura 4 se observan las medidas generales del árbol y del tramo específico de análisis indicado con la letra A y la leyenda "Sección de análisis". El dibujo muestra las dimensiones de la ranura para la chaveta, la cual es la misma para el diseño con dos ranuras a 180° entre sí. Para el caso c: sin ranuras las medidas generales se mantienen.

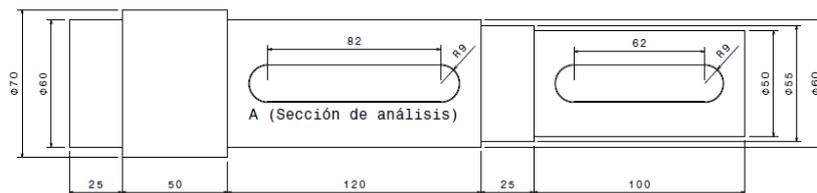


Figura 4. Dimensiones generales e identificación del tramo en estudio.

Las cargas actuantes en los 3 casos son: momento de torsión $M_t = 468,27$ Nm y de flexión $M_f = 165,00$ Nm.

Caso a: el valor del momento de torsión permite determinar la presión lateral $p = 69,795 \text{ N/mm}^2$ que genera la chaveta sobre la cara longitudinal del chavetero, considerando útil, para ello, sólo la altura de 3,02 mm (se entiende que no puede existir presión uniforme sobre el radio del fondo del chavetero de 0,4 mm). La longitud del chavetero considerada útil es 82 mm, como se observa en la Figura 4, ya que no se considera posible aplicar presión útil sobre los extremos semicirculares. La resultante de la presión sobre la cara del chavetero es una fuerza que, llevada al baricentro de la sección del árbol, genera, no sólo el momento de torsión indicado, sino, también una fuerza aplicada que suma al momento flector existente.

Caso b: en este diseño (Figura 2), al existir dos ranuras para chavetas planas, la presión sobre cada uno de los laterales es la mitad al del caso a (Figura 1): $p=34,89 \text{ N/mm}^2$. La fuerza resultante de cada uno de ellos, llevada al baricentro del árbol, genera el momento de torsión indicado y dos fuerzas iguales y opuestas por los que se anulan, no sumando al momento flector existente.

Caso c: en este diseño (Figura 3) sin ranuras para chavetas, no existen fuerzas resultantes y sí una fuerza de sunchado y una de roce que no son necesarias en los casos anteriores.

Si bien el análisis se concentra en el tramo central de diámetro 60 mm, otras fuerzas actúan en el extremo de diámetro 50 mm con el fin de producir el momento de torsión antagonista que asegura el equilibrio.

3. Metodología y resultados.

Se adopta un acero AISI 4130 normalizado a 870°C y enfriado en aire [14], de las siguientes características mecánicas: tensión límite de fluencia= 400 MPa; tensión de rotura = 615 MPa; módulo de elasticidad longitudinal = 205 GPa; módulo de elasticidad transversal = 80 GPa; relación de Poisson: 0,29.

Para el modelado se consideraron vínculos de apoyo que permiten el giro del conjunto, como los indicados en la Figura 6. Las tensiones máximas de Von Mises se obtuvieron con el uso de un software de análisis de tensiones por elementos finitos. Este software ya había sido validado en varios trabajos previos [8, 9] y por otros muchos autores que coinciden en lo apropiado del uso de esta herramienta computacional. Los autores realizaron un estudio de convergencia encontrando la estabilización de los valores de las tensiones obtenidas para un tamaño de malla triangular cuyos lados, en promedio miden 0,17 mm en la zona del radio de acuerdo, en la dirección del gradiente. De este modo se determinan las máximas tensiones de Von Mises, en los puntos A, B y C, mostrados en la Figura 5, para los tres diseños descritos a los fines comparativos.

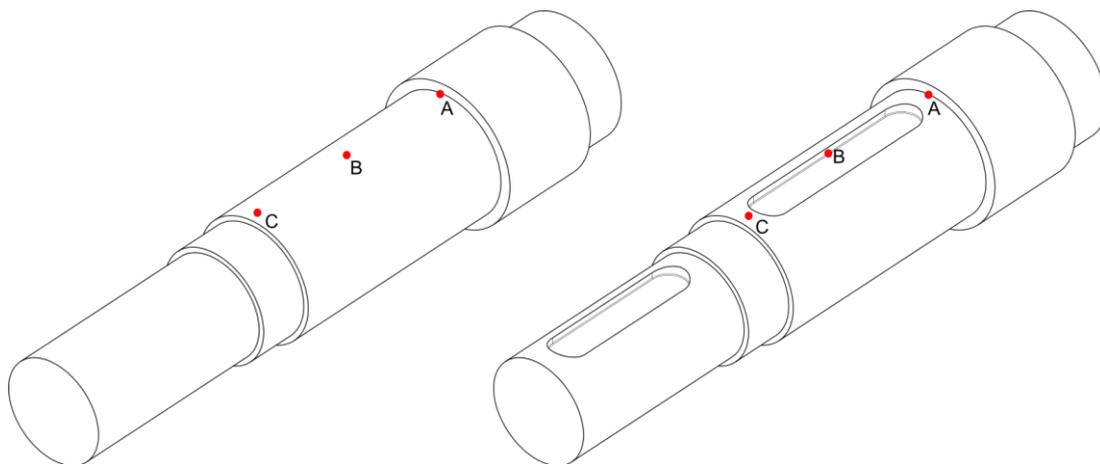


Figura 5. Ubicación de los puntos en donde se determinan las tensiones para los tres diseños.

3.1.- Caso a: Diseño con una ranura para chaveta plana.

La Figura 6 muestra el modelo de análisis y la ubicación de la presión en los laterales internos alternos de las ranuras para las chavetas de la sección del árbol de diámetro 60 mm y la extrema de 50 mm. El color verde indica en donde se aplicó la presión y el celeste indica los puntos de apoyo.



Figura 6. Detalle del modelo de análisis e indicación de las presiones sobre los laterales de las ranuras para chavetas.

La Figura 7 muestra los colores relacionados con la distribución de las tensiones. Se observa en el radio interno de la ranura para la chaveta la importante concentración de tensiones de alto valor.

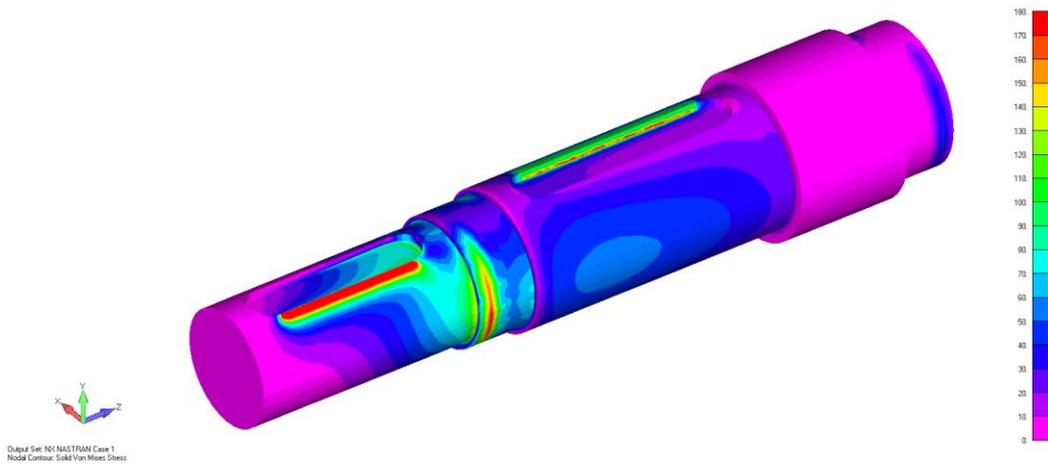


Figura 7. Referencia cromática del valor y ubicación de las máximas tensiones obtenidas para la alternativa de transmisión mediante una ranura para chaveta plana.

En la Figura 8 se observa la distribución de las tensiones gracias a la presentación por dos planos de corte perpendiculares al eje geométrico del árbol. Puede verse la significativa concentración de tensiones en el radio interno del chavetero.

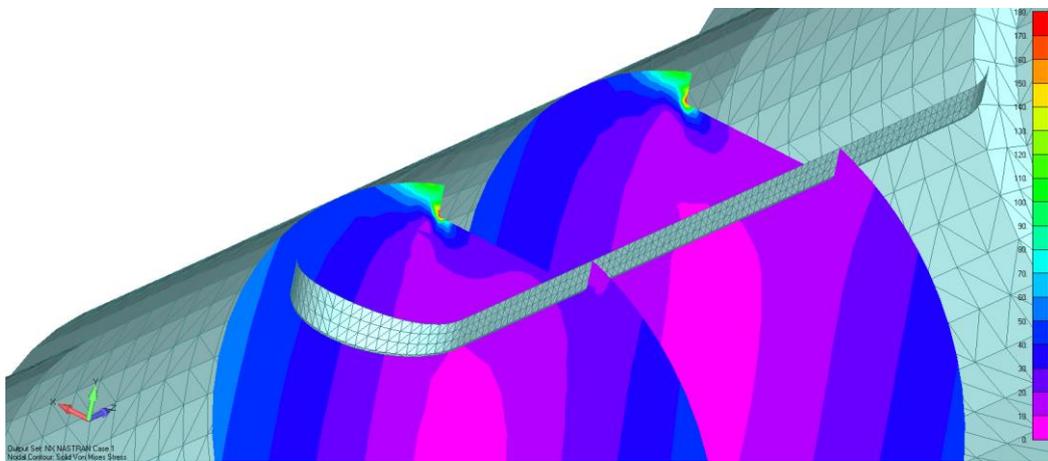


Figura 8. Dos cortes perpendiculares al eje geométrico mostrando la distribución de las tensiones.

La Figura 9 muestra más detalladamente la concentración de tensiones en el radio interno de 0,4 mm de la ranura para la chaveta. Para minimizar el error de cálculo, se utilizó, una malla conformada por tetraedros cuadráticos.

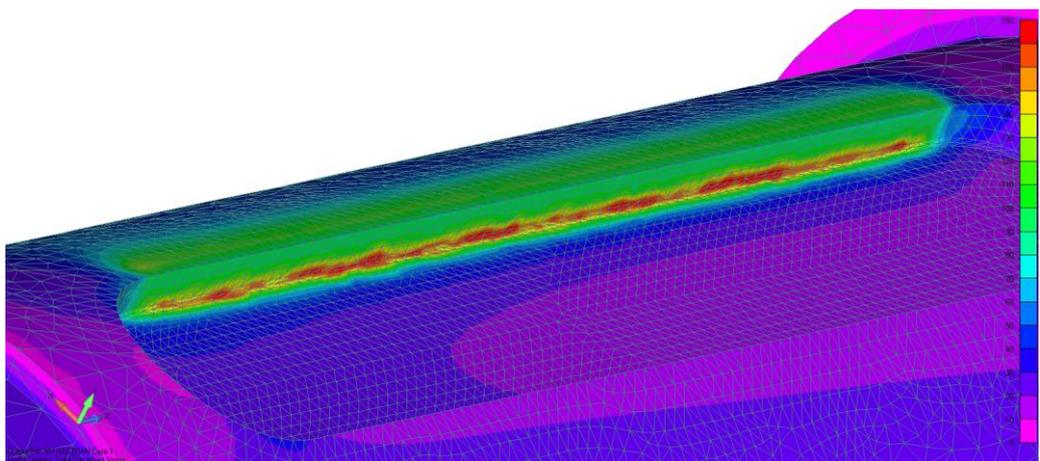


Figura 9. Detalle de la distribución concentrada de tensiones en el radio interno de la ranura para chaveta plana.

3.2.- Caso b: Diseño con dos ranuras para chaveta plana a 180° entre sí.

La Figura 10 muestra el modelo de análisis y la distribución de la presión en los laterales internos alternos y opuestos de las ranuras para chavetas planas de la sección del árbol de diámetro 60 mm y de la extrema de 50 mm. El color verde indica en donde se aplicó la presión y el celeste en donde se encuentran los apoyos.

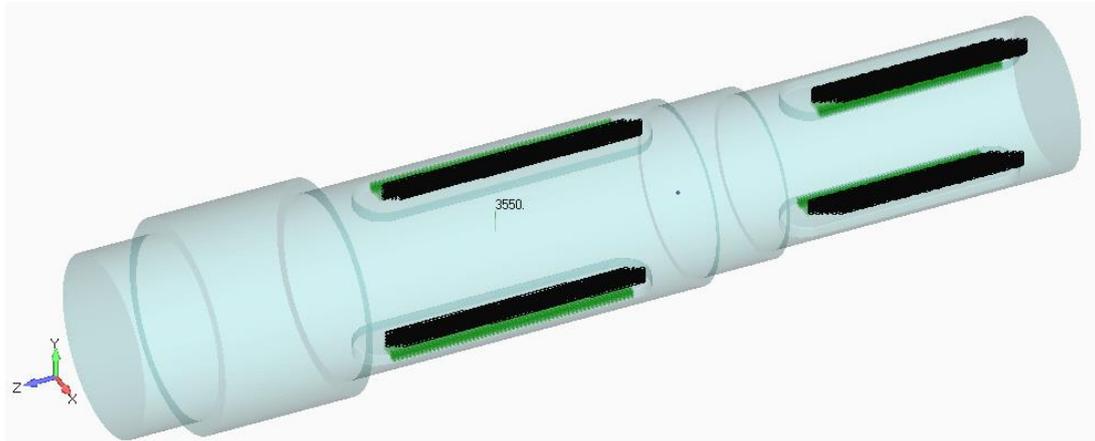


Figura 10. Detalle del modelo de análisis e indicación de las presiones sobre los laterales de las ranuras para chavetas.

La Figura 11 muestra la distribución de las tensiones gracias al corte con dos planos perpendiculares al eje geométrico del árbol. La orientación de la figura es inversa a la de la Figura 10. Puede observarse la concentración de tensiones en el radio interno de la ranura para la chaveta y en planos opuestos según la aplicación de la presión que genera el momento de torsión transmitido.

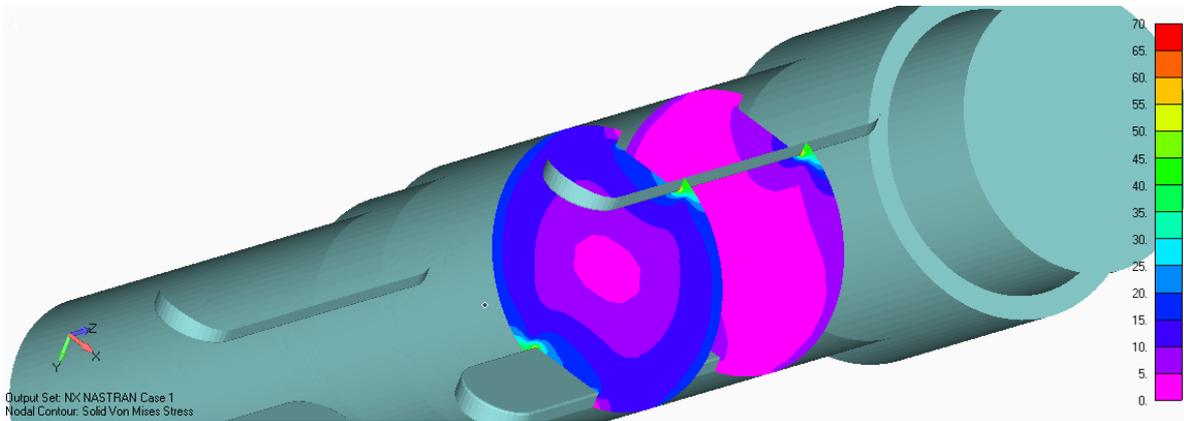


Figura 11. Dos cortes perpendiculares al eje geométrico mostrando la distribución de las tensiones.

La Figura 12 muestra más detalladamente la concentración de tensiones en el radio interno del chavetero de 0,4 mm.

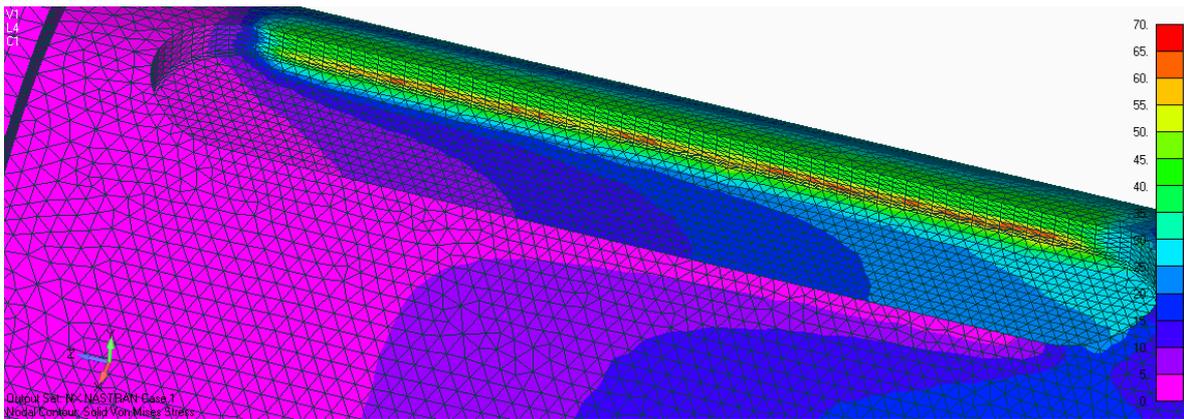


Figura 12. Detalle de la distribución concentrada de tensiones en el radio interno del chavetero.

Puede observarse que la configuración de la distribución es igual a la mostrada en la Figura 8 pero de tensiones de menor valor.

3.3.-Caso c: Diseño sin chaveteros para montaje con interferencia dimensional.

Para obtener el momento de torsión indicado, es necesario montar con interferencia dimensional las piezas que se ubicarán sobre los diámetros de 60 mm y de 50 mm. Los cálculos [13] se realizaron para un coeficiente de rozamiento de 0,15 entre piezas de acero, y resulta una presión derivada de 7 N/mm² para el primer tramo (el de análisis para este trabajo), lo cual nos

permite transmitir un momento torsor máximo de $M_t=574.6$ Nm (mayor por razones de diseño y distribución de cargas sobre el mallado).

La Figura 13 muestra la repartición de las tensiones mediante la visualización de dos planos longitudinales y ortogonales internos al árbol.

Puede observarse que las mayores tensiones se concentran en la zona en donde existen dos cambios sucesivos de diámetros con sus respectivos radios de empalme.

Los valores obtenidos son de menor magnitud que en los dos diseños anteriores.

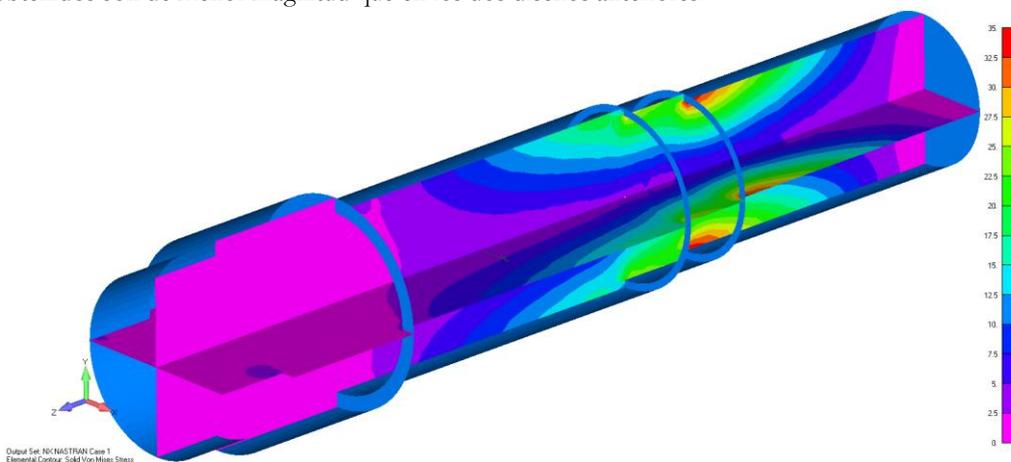


Figura 13. Detalle del valor y ubicación de las máximas tensiones obtenidas para la alternativa de transmisión mediante rozamiento por interferencia dimensional.

4. Conclusiones.

La simulación mediante la aplicación del software de análisis de tensiones por elementos finitos, para las tres alternativas de diseño, con el fin de la transmisión de momento de torsión, es pertinente y adecuada.

La Tabla 1 muestra un resumen cuantitativo de los valores de las tensiones obtenidos en los puntos A, B y C para cada diseño.

Tabla 1. Valores de las tensiones de Von Mises en los puntos de referencia para cada uno de los diseños estudiados.

Puntos	Tensiones de Von Mises N/mm ²		
	Caso a: con una ranura para chaveta plana	Caso b: con dos ranuras para chaveta plana a 180° entre sí	Caso c: sin chaveteros para montaje con interferencia dimensional.
A	14,72	0,60	4,38
B	183,68	86,30	12,22
C	15,58	18,85	19,28

Se ha resaltado en color los menores valores de la tensión para cada punto.

Para la tensión en el **punto A**, el diseño con dos chaveteros resulta más apropiado, y todo lo contrario para el de una sola ranura. Esto puede estar justificado en la distribución lineal de las tensiones en la sección del árbol, como puede observarse en la Figura 13, y en el hecho que dicho punto está en una región no alcanzada por el efecto del momento de torsión transmitido por la chaveta. La existencia de la fuerza resultante de la presión aplicada al flanco de la ranura de la chaveta, trasladada al baricentro de la sección, que agrega un efecto de flexión, es la razón por la cual en este punto la tensión es mayor en el **caso a** que en el **caso b**, donde aquella no existe.

Considerando a los diseños de los **casos a y b** como del mismo criterio (es decir uso de chaveta) el menor valor de la tensión en el **punto B** se comprueba en aquel con dos ranuras y ello resulta lógico si la distribución de la presión sobre los flancos se aplica simultánea e igualmente en dos de ellos y no en uno, como el **caso a**. En el diseño sin ranuras, al no existir concentrador geométrico el valor es lógicamente menor.

El **punto C** presenta resultados más interesantes. Este punto se encuentra en un lugar intermedio entre las secciones que soportan el momento de torsión de acción y de reacción. En el **caso a**, la presencia de la fuerza generada por la presión en el flanco del chavetero produce un momento flector importante que, sumado al exterior modifica la posición del plano neutro, manteniéndolo en una posición constante respecto de la ranura de la chaveta, en las cercanías **del punto C**. En el diseño del **caso b**, el plano neutro depende del momento externo, y por ello el **punto C**, en este caso tomará distintos valores, siendo el indicado en la tabla el mayor de ellos. En el diseño del **caso c**, puede observarse claramente el gradiente de tensiones desde una menor, correspondiente al **punto A** al **punto C**, como lo muestra la Figura 13; la tensión aquí es la resultante del momento de torsión, el momento de flexión externo y el adicional de la presión de interferencia.

Como comentario final, la opción de dos ranuras para sendas chavetas es la mejor elección si se decide por este modo de transmitir el momento de torsión; pero requiere una manufactura de gran exactitud en el tallado de las ranuras, tanto en el

árbol como en la pieza asociada, asegurando sus respectivas co-linealidad y coincidencia angular, de modo de garantizar la distribución homogénea de la presión sobre los flancos.

El montaje con interferencia dimensional muestra tensiones relativamente menores, sin concentrador por ranura, pero presenta limitaciones prácticas cuando las dimensiones de los elementos que se manipulan son significativas.

Referencias.

- [1] Norton, R. L. Diseño de máquinas (1999). Prentice Hall Hispanoamericana. México.
- [2] Deutschman, A.D.; Michels, W.J., Wilson, C.E. Diseño de máquinas. Teoría y práctica. (1985). Compañía Editorial Continental. México.
- [3] Budynas, Richard, G.; Nisbett, J. Keith. (2008). Diseño en ingeniería mecánica de Shigley. Octava edición. McGraw Hill. México.
- [4] Frost N. E.; Marsh K. J.; Pook L. P. Metal Fatigue. (1999). Oxford University Press. Canada.
- [5] Pilkey, Walter D.; Pilkey, Deborah, F. (2008). Peterson's Stress Concentration Factors. Tercera edición. John Wiley and Sons. Estados Unidos de Norte América.
- [6] Peterson, R. E. (1974). Stress concentration design factors. Charts and relations usefull in making strength calculations for machine parts and structural elements. John Wiley and Sons. Estados Unidos de Norte América.
- [7] Amé R.M; Dasso G.M. "Concentración de tensiones producida por discontinuidades geométricas combinadas. Una exploración del estado del arte". (2008). Anales del Primer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica I°CAIM 2008. Bahía Blanca. Argentina.
- [8] Dasso, Gabriel M.; Amé, Ricardo M.; Lezama, Daniel H. (2010). "Determinación de las tensiones localizadas de Von Mises producidas por discontinuidades geométricas combinadas en estados complejos de tensión". Segundo Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica II° CAIM 2010. San Juan, República Argentina.
- [9] Amé R.M; Dasso G.M. "LOCALIZED STRESSES COMBINED WITH GEOMETRIC DISCONTINUITIES: STUDY OF A SHAFT". International Mechanical Engineering Congress & Exposition, ASME 2012. November 9-15, 2012, Houston, Texas, USA.
- [10] Sen, S.; Aksakal, B., 2004, "Stress analysis of interference fitted shaft-hub system under transient heat transfer conditions", Materials and Design 25, pp. 407-417.
- [11] Tjernberg, A., 2001, "Load distribution and pitch errors in a spline coupling", Materials and Design, 22, pp. 259-266.
- [12] Firat, M., 2012, "A numerical analysis of combined bending-torsion fatigue of SAE notched shaft", Finite Elements in Analysis and Design, 54, pp16-27.
- [13] Castany Valeri, Javier; Fernandez Cuello, Ángel; Serraller Sanchez, Francisco. (2008). Análisis de la funcionalidad de los Elementos de Máquinas. 2° edición. Prensas Universitarias de Zaragoza. España.
- [14] www.matweb.com. Para el acero AISI 4130, la página particular es:
<http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=c2decafd41b94684bf6f9114ff3cb661&ckck=1>