

## **COMENTARIO DE LA 2° EDICIÓN**

En esta segunda edición se ha revisado el texto y la presentación de las expresiones algebraicas, mejorando así su comprensión de modo integral. También se han renovado varias figuras y se incorporaron otras nuevas.

Para facilitar la ejercitación en la aplicación de algunos cálculos, se han agregado problemas resueltos y otros propuestos con sus respectivos resultados.

En el capítulo referido a engranajes para ejes concurrentes, se presenta la resolución de un par de engranajes cónicos de dientes rectos según la fórmula de resistencia y de desgaste de la Norma ANSI/AGMA 2003-B97. En la edición anterior, se había utilizado la propuesta presentada en Budynas, et. al (2008), que si bien hacía referencia a esta normativa, las expresiones de cálculo diferían respecto de ella, y el resultado obtenido era objetable. En esta edición se ha actualizado la metodología obteniéndose resultados más realistas.

En el capítulo de trenes de engranajes, se ha incluido el análisis cinemático de dos sistemas planetarios de transmisión vehicular. Este estudio tiene un especial motivo para el autor pues se refieren a las cajas de velocidades de un automóvil Ford Modelo T y un Delage modelo 1939, autos clásicos que oportunamente reconstruyó su padre y por ello con la oportunidad de observar permitiendo así dibujar los planos de conjunto que se muestran.

Finalmente se han incorporado otros anexos referidos a unidades y cálculo de momentos de torsión.

Se espera que estos progresos impacten decididamente en la mejora de la comprensión y aplicación de los conocimientos en el futuro profesional de la ingeniería.

# CAPÍTULO I.

## GENERALIDADES DE LAS TRANSMISIONES POR ENGRANAJES.

### I.1 - RELACIÓN DE TRANSMISIÓN

### I.2 - SUPERFICIES PRIMITIVAS.

I.2.A.- Los ejes  $x_1$  y  $x_2$ , son paralelos y las velocidades angulares de distinto sentido.

I.2.B.- Los ejes  $x_1$  y  $x_2$ , son paralelos y las velocidades angulares del mismo sentido.

I.2.C.- Los ejes  $x_1$  y  $x_2$  son concurrentes en un punto.

I.2.D.- Los ejes  $x_1$  y  $x_2$  se cruzan y están en planos paralelos diferentes.

### I.3 – EJEMPLOS DE SUPERFICIES PRIMITIVAS CUANDO NO EXISTE CONSTANCIA EN LA RELACIÓN DE TRANSMISIÓN $i$ .

### I.4 - CLASIFICACIÓN GENERAL DE ENGRANAJES.

### I.5 - APLICACIONES DE LOS ENGRANAJES EN LAS CONSTRUCCIONES DE REDUCTORES DE VELOCIDAD.

I.5.A.- Cajas de engranajes de ejes paralelos.

I.5.B.- Cajas de engranajes de ejes concurrentes.

I.5.C.- Cajas de engranajes de ejes paralelos combinados con engranajes de ejes concurrentes.

I.5.D.- Cajas de engranajes de ejes cruzados de planos paralelos distintos.

I.5.E.- Cajas de engranajes de ejes paralelos combinados con engranajes de ejes cruzados no coplanares.

I.5.F.- Cajas reductoras con tren planetario hipo cicloidal de engranajes cilíndricos.

### I.6 - LEY FUNDAMENTAL DEL ENGRANE.

I.6.A.- Introducción.

I.6.B.- Consideraciones geométricas impuestas por la Ley Fundamental del Engrane.

I.6.C.- Perfiles conjugados empleados en el tallado de dientes de engranes.

*I.6.C.1.- Cicloide.*

*I.6.C.2.- Epicicloide.*

*I.6.C.3.- Hipocicloide.*

*I.6.C.4.- Pericicloide.*

*I.6.C.5.- Evolvente de círculo.*

*I.6.C.6.- Propiedades geométricas y cinemáticas de la curva evolvente.*

*I.6.C.7.- Acciones recíprocas entre dos curvas evolventes.*

### I.7 - VELOCIDAD DE DESLIZAMIENTO ENTRE DIENTES.

### I.8 - MATERIALES UTILIZADOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE ENGRANES.

I.8.A.- Aceros.

I.8.B.- Hierro fundido.

I.8.C.- Hierro dúctil o fundición gris nodular.

I.8.D.- Materiales no ferrosos.

## **CAPÍTULO II.**

### **Engranajes para ejes paralelos.**

#### **II.1 - ELEMENTOS GEOMÉTRICOS. DEFINICIONES.**

#### **II.2 - PASO DEL DENTADO. SISTEMA MÉTRICO O ALEMÁN Y SISTEMA INGLÉS.**

II.2.A.- Sistema métrico o alemán.

II.2.B – Sistema inglés.

II.2.C - Equivalencia entre el Módulo y el Diametral Pitch.

#### **II.3 - RELACIÓN DE TRANSMISIÓN EN FUNCIÓN DE LOS DIÁMETROS PRIMITIVOS Y DEL NÚMERO DE DIENTES.**

#### **II.4 - ELEMENTOS DE LA CINEMÁTICA DEL ENGRANE.**

II.4.A.- Recta de presión.

II.4.B.- Ángulo de Presión  $\alpha$ .

II.4.C.- Segmento o Línea de Engrane.

II.4.D.- Flanco Activo.

II.4.E.- Arco de Engrane y duración del engrane.

*II.4.E.1.- Arco de engrane.*

*II.4.E.2.- Duración del engrane.*

*II.4.E.2.A.- Ejemplo de cálculo de la seguridad de engrane.*

II.4.F.- Figura resumen de la geometría del engrane.

#### **II.5 - PERFILES NORMALIZADOS USUALES.**

II.5.A.-Sistema de Módulo.

II.5.B.- Sistema Diametral Pitch.

*II.5.B.1.- Sistema AGMA  $\alpha = 20^\circ$  y profundidad total.*

*II.5.B.2.- Sistema estándar  $\alpha = 20^\circ$  y altura de cabeza corta o “STUB”.*

*II.5.B.3.- Ejemplos de cálculo geométrico.*

*II.5.B.3.a.- Ejemplo de cálculo en sistema módulo dientes rectos.*

*II.5.B.3.b.- Propuestas para ejercitar en sistema módulo.*

*II.5.B.3.c.- Ejemplo de cálculo en sistema diametral pitch y dientes rectos.*

*II.5.B.3.d.- Propuestas para ejercitar en sistema Diametral Pitch.*

#### **II.6 - INTERFERENCIA EN ENGRANAJES A EVOLVENTE.**

II.6.A - Caso particular cuando el  $R_{p2} = \infty$ , es decir una cremallera.

II.6.B – Caso particular cuando  $R_{p2} = R_{p1}$  es decir dos ruedas iguales.

#### **II.7 - PERFILES CORREGIDOS.**

II.7.A - Determinación del factor de corrección X a partir de la cantidad mínima de dientes deseada.

*II.7.A.1.- Ejemplo de cálculo del factor de corrección X.*

#### **II.8 - RUEDAS CILÍNDRICAS CON DIENTES INCLINADOS.**

II.8.A - Ejemplo de cálculo geométrico en el sistema DIN y dientes helicoidales.

*II.8.A.1. - Propuestas para ejercitar en sistema módulo y dientes helicoidales.*

II.8.B - Ejemplo de cálculo en sistema diametral pitch y dientes helicoidales.

*II.8.B.1.- Propuestas para ejercitar en sistema diametral pitch y dientes helicoidales.*

#### **II.9 - RUEDAS CILÍNDRICAS CON DIENTES HELICOIDALES.**

II.9.A.- Helicoide desarrollable.

II.9.B.- Características del engrane.

II.9.C.- Duración del engrane en engranajes con dentado helicoidal.

II.9.D.- Proporciones de los dientes.

## **II.10 - ACCIONES RECÍPROCAS ENTRE RUEDAS DENTADAS Y REACCIONES DE APOYO.**

II.10.A.- Acciones recíprocas entre ruedas dentadas II.10.B.- Reacciones de los apoyos.

## **II.11 - DISEÑO Y VERIFICACIÓN DE ENGRANAJES CILÍNDRICOS.**

II.11.A – Ejemplo de verificación de un par de engranajes cilíndricos de dentado recto.

*II.11.A.1 - Criterio de resistencia o falla por fatiga a la flexión:*

*II.11.A.1.a.- Cálculo de la carga tangencial  $W_t$  actuante.*

*II.11.A.1.b. Determinación del factor dinámico  $K_v$ .*

*II.11.A.1.c.- Determinación del factor de sobrecarga  $K_o$ .*

*II.11.A.1.d.- Determinación del factor de tamaño  $K_s$ .*

*II.11.A.1.e.- Determinación del factor de distribución de la carga  $K_H$ .*

*II.11.A.1.f.- Determinación del factor de espesor de aro o llanta exterior  $K_B$ .*

*II.11.A.1.g.- Determinación del factor geométrico de resistencia a la flexión  $Y_J$ .*

*II.11.A.2.- Determinación del grado de seguridad en fatiga por flexión.*

*II.11.A.2.a.- Determinación de la tensión permisible  $S_t$  a flexión.*

*II.11.A.2.b.- Determinación del factor por cantidad de ciclos de aplicación de la carga  $Y_N$ .*

*II.11.A.2.c.- Determinación del factor de temperatura  $Y_\theta$ .*

*II.11.A.2.d.- Determinación del factor de confiabilidad  $Y_Z$ .*

*II.11.A.3 - Criterio de durabilidad o falla por fatiga superficial.*

*II.11.A.3.a.- Determinación del coeficiente elástico  $Z_E$ .*

*II.11.A.3.b.- Determinación del factor de condición superficial  $Z_R$ .*

*II.11.A.3.c.- Determinación del factor geométrico de resistencia al desgaste  $Z_f$ .*

*II.11.A.4 - Determinación del grado de seguridad en fatiga superficial.*

*II.11.A.4.a.- Determinación de la tensión superficial permisible  $S_c$ .*

*II.11.A.4.b.- Determinación del factor de vida de ciclos de aplicación de la tensión  $Z_N$ .*

*II.11.A.4.c.- Determinación del factor de la relación de durezas en resistencia al desgaste  $Z_W$ .*

## CAPÍTULO III

### Engranajes para ejes concurrentes.

#### III.1 - SUPERFICIES PRIMITIVAS CÓNICAS.

#### III.2 - RELACIÓN DE TRANSMISIÓN.

#### III.3 - ESTUDIO DE LA CINEMÁTICA DEL ENGRANE SOBRE LA SUPERFICIE ESFÉRICA.

#### III.4 - MÉTODO APROXIMADO DE TREDGOLD.

#### III.5 - PROPORCIONES GEOMÉTRICAS DE LOS DIENTES EN RUEDAS CÓNICAS.

##### III.5.A – Aplicaciones.

*III.5.A.1. Propuesta de aplicación 1.*

*III.5.A.2. Propuesta de aplicación 2.*

*III.5.A.3. Propuesta de aplicación 3.*

*III.5.A.4. Propuesta de aplicación 4.*

#### III.6 - DISTINTAS DISPOSICIONES DE ENGRANAJES CÓNICOS.

#### III.7 - ENGRANAJES CÓNICOS CON DIENTES CURVOS.

#### III.8 - ACCIONES RECÍPROCAS EN ENGRANAJES CÓNICOS Y REACCIONES DE APOYO.

##### III.8.A. Acciones recíprocas en engranajes cónicos.

###### *III.8.A.1. Aplicaciones*

*III.8.A.1.a.- Propuesta de aplicación 1.*

*III.8.A.1.b.- Propuesta de aplicación 2.*

*III.8.A.1.c.- Propuesta de aplicación 3.*

##### III.8.B. Reacciones de vínculo.

#### III.9 - DISEÑO Y VERIFICACIÓN DE ENGRANAJES CÓNICOS.

##### III.9.A – Ejemplo de verificación de un par de engranajes cónicos de dentado recto.

###### *III.9.A.1.- Dimensionamiento geométrico del par de engranajes cónicos.*

*III.9.A.1.a.- Determinación del semi-ángulo de uno de los conos primitivos.*

*III.9.A.1.b.- Determinación del diámetro primitivo (igual para ambos engranes).*

*III.9.A.1.c.- Determinación de la longitud del segmento OP.*

*III.9.A.1.d.- Determinación de la longitud dentada b.*

*III.9.A.1.e.- Determinación del semi-ángulo del cono externo.*

*III.9.A.1.f.- Determinación del semi-ángulo del cono interior.*

*III.9.A.1.g.- Determinación del diámetro exterior (ambos iguales).*

*III.9.A.1.h.- Determinación del diámetro interior (ambos iguales)*

###### *III.9.A.2 - Criterio de resistencia o falla por fatiga a la flexión.*

*III.9.A.2.a.- Determinación del factor de sobrecarga  $K_A$ .*

*III.9.A.2.b.- Determinación del factor dinámico  $K_v$ .*

*III.9.A.2.c.- Determinación del factor de tamaño por flexión  $Y_x$ .*

*III.9.A.2.d.- Determinación del factor de distribución de carga  $K_{H\beta}$ .*

*III.9.A.2.e.- Determinación del factor de curvatura en el sentido longitudinal, para resistencia  $Y_\beta$ .*

*III.9.A.2.f.- Determinación del factor geométrico de resistencia a la flexión  $Y_J$ .*

###### *III.9.A.3.- Determinación del grado de seguridad en fatiga por flexión.*

- III.9.A.3.a.- Determinación de la tensión límite a fatiga  $\sigma_{Flim}$ .
- III.9.A.3.b.- Determinación del factor de ciclos de aplicación de la carga  $Y_{NT}$ .
- III.9.A.3.c.- Determinación del factor de temperatura  $K_{\theta}$ .
- III.9.A.3.d.- Determinación del factor de confiabilidad  $Y_Z$ .
- III.9.A.4 - Criterio de durabilidad o falla por fatiga superficial.
  - III.9.A.4.a.- Determinación del coeficiente elástico  $Z_E$ .
  - III.9.A.4.b.- Determinación del factor de tamaño  $Z_X$ .
  - III.9.A.4.c.- Determinación del factor de coronamiento  $Z_{XC}$ .
  - III.9.A.4.d.- Determinación del factor geométrico  $Z_T$ .
- III.9.A.5 - Determinación del grado de seguridad en fatiga superficial.
  - III.9.A.5.a.- Determinación la tensión límite a fatiga superficial aplicable  $\sigma_{Hlim}$ .
  - III.9.A.5.b.- Determinación del factor de ciclos de aplicación de la carga  $Z_{NT}$ .
  - III.9.A.5.c.- Determinación del factor de relación de durezas  $Z_W$ .

## CAPÍTULO IV

### Engranajes para ejes cruzados en planos paralelos no coplanares.

#### IV.1 - TRANSMISIONES ENTRE EJES CRUZADOS Y EN DISTINTOS PLANOS PARALELOS.

IV.1.A.- Transmisiones helicoidales.

IV.1.B.- Transmisiones hipoidales.

#### IV.2 - RUEDAS HELICOIDALES; TORNILLO SIN FIN Y RUEDA.

IV.2.A. - Relación de transmisión en sistema tornillo sin fin y rueda.

IV.2.B - Formas constructivas de tornillo sin fin y rueda.

*IV.2.B.1 -Rueda y tornillo cilíndricos.*

*IV.2.B.2 - Tornillo cilíndrico y rueda globoide.*

*IV.2.B.3 - Tornillo y Rueda Globoide.*

IV.2.C - Acciones recíprocas entre los filetes del tornillo y los dientes de la rueda.

*IV.2.C.1. - Determinación de las cargas actuantes entre tornillo sin fin y rueda.*

*IV.2.C.1.a.-  $W_x$ : Fuerza tangencial del tornillo o componente axial de la rueda.*

*IV.2.C.1.b.-  $W_z$ : Fuerza tangencial de la rueda y axial en el tornillo.*

*IV.2.C.1.c.-  $W_y$ : Fuerza radial al tornillo y a la rueda.*

*IV.2.C.1.d.- Carga tangencial en el tornillo en función de la fuerza resistente en la rueda.*

*IV.2.C.1.e.- Carga tangencial en la rueda en función de la fuerza resistente en el tornillo.*

*IV.2.C.1.f.- Condiciones de reversibilidad e irreversibilidad.*

#### IV.3 - RENDIMIENTO.

#### IV.4 - DISEÑO Y VERIFICACIÓN DE ENGRANAJES DE SIN FIN Y RUEDA.

IV.4.A. Diseño y verificación de un par sin fin y rueda.

*IV.4.A.1 – Diseño geométrico del conjunto.*

*IV.4.A.1.a.- Relación de transmisión.*

*IV.4.A.1.b.- Determinación del diámetro primitivo de la rueda.*

*IV.4.A.1.c.- Determinación del paso axial.*

*IV.4.A.1.d.- Determinación del ángulo de avance de la hélice.*

*IV.4.A.1.e.- Determinación del paso normal  $p_n$*

*IV.4.A.1.f.- Determinación de la distancia entre centros.*

*IV.4.A.1.g.- Verificación de la distancia entre centros.*

*IV.4.A.1.h.- Cálculo de la altura de cabeza, de raíz, juego radial y altura total del diente.*

*IV.4.A.1.i.- Obtención del diámetro exterior e interior del tornillo.*

*IV.4.A.1.j.- Determinación del diámetro exterior e interior de la rueda.*

*IV.4.A.2.- Aspectos de la cinemática del conjunto.*

*IV.4.A.2.a.- Cálculo de las velocidades tangenciales del tornillo y de la rueda.*

*IV.4.A.2.b.- Verificación del ángulo  $\lambda$  de avance de la hélice según las velocidades tangenciales.*

*IV.4.A.2.c.- Cálculo de la velocidad de deslizamiento.*

*IV.4.A.2.d.- Determinación del coeficiente de fricción en función de la velocidad de deslizamiento.*

*IV.4.A.2.e.- Determinación del rendimiento teórico en función del coeficiente de roce.*

*IV.4.A.3 - Aspectos dinámicos del conjunto.*

*IV.4.A.3.a.- Determinación de la fuerza tangencial en la corona.*

*IV.4.A.3.b.- Determinación de la carga tangencial sobre el diente del sin fin.*

*IV.4.A.3.c.- Verificación de la magnitud admisible de la carga tangencial sobre el diente de la rueda.*

*IV.4.A.3.d.- Cálculo de la potencia de entrada, potencia de pérdida por fricción y potencia disponible a la salida.*



## **CAPÍTULO V**

### **Trenes de engranajes.**

#### **V.1 - PARES DE ENGRANAJES Y RELACIÓN DE TRANSMISIÓN.**

#### **V.2 - TRENES DE ENGRANAJES.**

#### **V.3 - RELACIÓN DE MOMENTOS DE TORSIÓN.**

#### **V.4 - CLASIFICACIÓN DE LOS TRENES DE ENGRANAJES.**

V.4.A.- Ordinarios simples y compuestos.

V.4.B.- Trenes ordinarios compuestos co-axiales.

*V.4.B.1.- Determinación del número de dientes.*

*V.4.B.2 - Ejemplos de trenes de engranajes*

V.4.C.- Trenes planetarios planos y esféricos.

*V.4.C.1.-Estudio de la cinemática de los trenes planetarios. Método de la fórmula de Willis.*

*V.4.C.2.- Ejemplos y aplicaciones de la fórmula de Willis.*

*V.4.C.2.a.- Juego Epicicloidal Simple.*

*V.4.C.2.b.- Juego Hipocicloidal Simple.*

*V.4.C.2.c.- Juego con Rueda Parásita.*

*V.4.C.2.d.- Trenes Planetarios.*

*V.4.C.2.e.- Trenes Planetarios Coaxiales.*

*V.4.C.2.f.- Sistema diferencial de engranajes cónicos.*

*V.4.C.2.g.- Sistema diferencial de engranajes cónicos para motores de aviación.*

*V.4.C.3 - Sistemas planetarios utilizados en los automóviles como método de cambio de velocidades.*

*V.4.C.3.a.- Caja de cambios por sistema de conjuntos planetarios en el automóvil Ford modelo T.*

*V.4.C.3.b.- Caja de cambios por sistema de conjuntos planetarios en el automóvil Delage modelo 1939 .*

#### **V.5 - TRANSMISIÓN DE VELOCIDAD MEDIANTE RUEDAS DENTADAS DE MOVIMIENTO ONDULATORIO.**